VWO WISKUNDE A 2018 TIJDVAK 1

Opgave 1:

$t = 0 \quad K_Z = 18$

$t = 12 \quad K_Z = 8$

$rc = \frac{\Delta K_Z}{\Delta t} = \frac{8 - 18}{12 - 0} = -\frac{5}{6}$

$K_Z = -\frac{5}{6}t + 18$

$-\frac{5}{6}t + 18 = -0{,}31t + 10$

$-0{,}52t = -8$

$t = 15{,}3$

dus in 2024

Opgave 2:

marktprijs is 2 ·kostprijs

$k_m = 2 \cdot k_l$

$0{,}28t + 4{,}3 = 2 \cdot (-0{,}31t + 10)$

$0{,}28t + 4{,}3 = -0{,}62t + 20$

$0{,}9t = 15{,}7$

$t = 17{,}4$

dus in 2026

Opgave 3:

$TK = (23{,}4 - \frac{23{,}4}{41}j)(2{,}8j + 44{,}4)$

$\quad = 65{,}62j + 1038{,}96 - 1{,}6j^2 - 25{,}34j$

$\quad = -1{,}6j^2 + 40{,}2j + 1039{,}0$

$a = -1{,}6 \quad b = 40{,}2 \quad c = 1039{,}0$

Opgave 4:

bos A: $H = -(0{,}7ln0{,}7 + 0{,}3ln0{,}3) = 0{,}61$

bos B: $H = -(0{,}9ln0{,}9 + 0{,}1ln0{,}1) = 0{,}325$

dus bij bos A is de Shannon-index het grootst

Opgave 5:

$Y_1 = -(xlnx + (1 - x)\ln(1 - x))$

als het aandeel eiken steeds kleiner wordt, nadert p naar 0

als x naar 0 nadert, nadert Y_1 naar 0

dus de Shannon-index nadert naar 0

Opgave 6:

$\frac{dH}{dp} = -\ln p + \ln(1-p) = 0$

$\ln(1-p) = \ln p$

$1 - p = p$

$-2p = -1$

$p = \frac{1}{2}$

dus bij 50%

Opgave 7:

per jaar: $365 \cdot 24 \cdot 6 \cdot 25 = 1314000$ bitcoins

$\frac{18000000-12200000}{1314000} = 4{,}41$ jaar

dus in 2018

Opgave 8:

$\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{50}$

$Y_1 = 0{,}5^x$ en $Y_2 = 0{,}02$ intsect geeft $x = 5{,}64$

dus na 6 periodes van 4 jaar, dus na 24 jaar

dus in 2033

Opgave 9:

als t groter wordt, wordt $0{,}25t$ groter , dus $0{,}5^{0{,}25t}$ wordt kleiner en gaat naar 0

dus C gaat naar $21 - 21 \cdot 0 = 21$

dus de grenswaarde is 21 miljoen

Opgave 10:

$D = 3{,}65e^{0{,}533t}$

$D' = 3{,}65e^{0{,}533t} \cdot 0{,}533 = 1{,}94545e^{0{,}533t}$

$e^{0{,}533t}$ is voor iedere t positief, dus $D' > 0$ dus D is stijgend

als t toeneemt, wordt D' groter, dus D is toenemend stijgend

Opgave 11:

$D = 3{,}65e^{0{,}533t}$

$\frac{D}{3{,}65} = e^{0{,}533t}$

$0{,}533t = \ln\left(\frac{D}{3{,}65}\right)$

$t = \frac{1}{0{,}533}\ln\left(\frac{D}{3{,}65}\right)$

Opgave 12:

$a = \dfrac{2{,}1 + 0{,}3}{2} = 1{,}2$

$b = \dfrac{2{,}1 - 0{,}3}{2} = 0{,}9$

halve periode$= t_{min} - t_{max} = 9 - 3 = 6$

periode$= 12$

dus $c = \frac{2\pi}{12} = \frac{1}{6}\pi$

$t_{begin} = t_{max} - \frac{1}{4} \cdot periode = 3 - \frac{1}{4} \cdot 12 = 0$ dus $d = 0$

Opgave 13:

$D = 1{,}2t + 0{,}14 + 0{,}14\sin(2\pi(t - 0{,}25))$

$Y_1 = 1{,}2x + 0{,}14 + 0{,}14\sin(2\pi(x - 0{,}25))$

$Y_2 = 5$

intsect geeft $x = 4{,}13$

dus na $4{,}13 \cdot 12 = 50$ maanden

Opgave 14:

$$\begin{aligned} T - D &= 1{,}2t + 0{,}14 - (1{,}2t + 0{,}14 + 0{,}14\sin(2\pi(t - 0{,}25)) \\ &= 1{,}2t + 0{,}14 - 1{,}2t - 0{,}14 - 0{,}14\sin(2\pi(t - 0{,}25)) \\ &= -0{,}14\sin(2\pi(t - 0{,}25)) \end{aligned}$$

de amplitude van $T - D$ is $0{,}14$

dus de maximale afwijking is $0{,}14$

Opgave 15:

$D(0) = 0$

$D(0{,}5) = 0{,}88$

$D(1) = 1{,}2$

$\dfrac{0{,}88}{1{,}2} \cdot 100\% = 73\%$

Opgave 16:

bv voor $t = 1{,}75$

$Y_1 = 1{,}2x + 0{,}14 + 0{,}14\sin(2\pi(x - 0{,}25))$

$\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=1{,}75} = 0{,}32$

Opgave 17:

$\binom{9}{3} \cdot \binom{6}{3} = 1680$

Opgave 18:

$20 \cdot r^9 = 4$

$r^9 = \frac{4}{20} = 0{,}2$

$r = \sqrt[9]{0{,}2} = 0{,}836$

Opgave 19:

$n = 0 \quad l = 20$ dus $u_0 = 20$

$n = 9 \quad l = 4$

$\frac{\Delta l}{\Delta n} = \frac{4 - 20}{9 - 0} = -1{,}78$

dus $u_n = 20 - 1{,}78n$

Opgave 20:

meetkundige rij: $u_n = 20 \cdot 0{,}84^n$

rekenkundige rij: $v_n = 20 - 1{,}78n$

$v_3 - u_3 = 2{,}806$

$v_4 - u_4 = 2{,}923$

$v_5 - u_5 = 2{,}736$

dus bij $n = 4$ is het verschil maximaal 2,9 cm , dus 29 mm

Opgave 21:

we kiezen renner 1 en renner 6

renner 1 heeft 800 m op kop gereden met een snelheid van 49 km/u en een vermogen van 525 W

renner 6 heeft 200 m op kop gereden met een snelheid van 67 km/u en een vermogen van 1500 W

49 km/u = 13,61 m/s

67 km/u = 18,61 m/s

renner 1 rijdt $800 : 13{,}61 = 58{,}8$ sec op kop , dus arbeid= $58{,}8 \cdot 525 = 30857$

renner 6 rijdt $200 : 18{,}61 = 10{,}7$ sec op kop , dus arbeid= $10{,}7 \cdot 1500 = 16119$

Dus een renner aan kop aan het eind van de sprint levert minder arbeid dan een renner aan kop aan het begin van de sprint.