13.4 De $\sqrt{n}$ -wet

Opgave 43:

$\mu_{X_{som}} = 8 \cdot \mu_X$ klopt

$\sigma_{X_{som}} = 8 \cdot \sigma_X$ klopt niet, want $\sigma_{X_{som}} = \sqrt{8 \cdot \sigma_X{}^2}$

Opgave 44:

$\mu_{tot} = 3 \cdot \mu_X = 3 \cdot 40 = 120$

$\sigma_{tot} = \sigma_X \cdot \sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

$P(totaal > 135) = normalcdf(135{,}10^{99}{,}120{,}8\sqrt{3}) = 0{,}140$

Opgave 45:

a. $\mu_{tot} = 20 \cdot \mu = 20 \cdot 5 = 100$

$\sigma_{tot} = \sigma_X \cdot \sqrt{20} = 0{,}5\sqrt{20}$

$P(totaal > 105) = normalcdf(105{,}10^{99}{,}100{,}0.5\sqrt{20}) = 0{,}013$

b. $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - binomcdf(12{,}0.013{,}1) = 0{,}010$

Opgave 46:

a. $P(k < 20) = normalcdf(-10^{99}{,}20{,}25{,}3) = 0{,}048$

b. $\mu_{tot} = 6 \cdot \mu_X = 6 \cdot 25 = 150$

$\sigma_{tot} = \sigma_X \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$

$P(totaal < 140) = normalcdf(-10^{99}{,}140{,}150{,}3\sqrt{6}) = 0{,}087$

c. $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - binomcdf(20{,}0.087{,}2) = 0{,}249$

Opgave 47:

$\mu_{tot} = 12 \cdot 1{,}5 + 2 = 20$

$\sigma_{tot} = \sqrt{12 \cdot 0{,}05^2 + 0{,}3^2} = \sqrt{0{,}12}$

$P(totaal > 20{,}5) = normalcdf(20.5{,}10^{99}{,}20{,}\sqrt{0.12}) = 0{,}074$

Opgave 48:

a. $\mu_{tot} = 6 \cdot \mu_X = 6 \cdot 4 = 24$

$\sigma_{tot} = \sigma_X \cdot \sqrt{6} = 0{,}75\sqrt{6}$

$P(totaal > 25) = normalcdf(25{,}10^{99}{,}24{,}0.75\sqrt{6}) = 0{,}293$

dus $50 \cdot 0{,}293 = 14{,}7$ dus 15 keer

b. $P(totaal > 25) = \frac{1}{50} = 0{,}02$

$\mu_{tot} = 6 \cdot \mu_X$

$\sigma_{tot} = 0{,}75\sqrt{6}$

$P(totaal > 25) = normalcdf(25{,}10^{99}{,}6 \cdot \mu_X{,}0.75\sqrt{6}) = 0{,}02$

neem $y_1 = normalcdf(25{,}10^{99}{,}6X{,}0.75\sqrt{X})$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 = 0{,}02$

dat is voor $X = 3{,}538$ dus 3 minuten en 32 seconden

Opgave 49:

a. $P(X < 25 \vee X > 35) = 1 - P(25 \le X \le 35) = 1 - normalcdf(25,35,30,4) = 0{,}211$

b. $\mu_{\overline{X}} = \mu_X = 30$

$\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\sigma_X}{\sqrt{20}} = \frac{4}{\sqrt{20}}$

$P(X < 25 \vee X > 35) = 1 - P(25 \le X \le 35) = 1 - normalcdf(25,35,30,\frac{4}{\sqrt{20}}) = 2{,}3 \cdot 10^{-8}$

c. $P(\overline{X} < 30 - a) = 0{,}025$

$30 - a = invnorm(0.025,30,\frac{4}{\sqrt{20}}) = 28{,}25$

$a = 1{,}75$

d. $\mu_{\overline{X}} = \mu_X = 30$

$\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{4}{\sqrt{n}}$

$P(\overline{X} < 29 \vee \overline{X} > 31) = 1 - P(29 \le \overline{X} \le 31) = 1 - normalcdf(29,31,30,\dfrac{4}{\sqrt{n}}) < 0{,}001$

neem $y_1 = 1 - normalcdf(29,31,30,\dfrac{4}{\sqrt{X}})$

kijk in de tabel voor welke *X* geldt dat $y_1 < 0{,}001$

dat is voor $X \ge 174$ dus $n \ge 174$

Opgave 50:

a. $P(X < 250) = normalcdf(-10^{99},250,250.4,0.6) = 0{,}252$ dus $25{,}2\%$

b. $\mu_{\overline{X}} = \mu_X = 250{,}4$

$\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\sigma_X}{\sqrt{10}} = \frac{0{,}6}{\sqrt{10}}$

$P(\overline{X} < 250) = normalcdf(-10^{99},250,250.4,\frac{0{,}6}{\sqrt{10}}) = 0{,}018$ dus $1{,}8\%$

c. $\mu_{tot} = 10 \cdot \mu_X = 10 \cdot 250{,}4 = 2504$

$\sigma_{tot} = \sigma_X \cdot \sqrt{10} = 0{,}6\sqrt{10}$

$P(totaal < 2500) = normalcdf(-10^{99},2500,2504,0.6\sqrt{10}) = 0{,}018$ dus $1{,}8\%$

d. als ieder pakje gemiddeld 250 gram weegt, dan weegt een doos gemiddeld 2500 gram

Opgave 51:

$\mu_{\overline{X}} = \mu_X = 104{,}5$

$\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\sigma_X}{\sqrt{16}} = \frac{10}{4} = 2{,}5$

$P(\overline{X} > 100) = normalcdf(100,10^{99},104.5,2.5) = 0{,}964$ dus $96{,}4\%$

Opgave 52:

a. $P(I < 100) = normalcdf(-10^{99},100,102,\sigma) = 0{,}15$

neem $y_1 = normalcdf(-10^{99},100,102,X)$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 = 0{,}15$
dat is voor $X = 1{,}93$ dus $\sigma = 1{,}93$

b. $\mu_{\overline{X}} = \mu_X = 102$

$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{12}} = \frac{1{,}93}{\sqrt{12}}$

$P(\overline{X} < 100) = normalcdf(-10^{99}, 100, 102, \frac{1{,}93}{\sqrt{12}}) = 0{,}0002$

c. $P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - binompdf(25, 0.0002, 0) = 0{,}005$

Opgave 53:

$\mu_{\overline{X}} = 37$

$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{n}}$

$P(\overline{X} \geq 35) = normalcdf(35, 10^{99}, 37, \frac{5}{\sqrt{n}}) > 0{,}98$

neem $y_1 = normalcdf(35, 10^{99}, 37, \frac{5}{\sqrt{X}})$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 > 0{,}98$
dat geldt voor $X \geq 27$ dus minstens 27 bonbons in een doos

Opgave 54:

a. X is het gewicht van een theezakje

$P(X < 5) = normalcdf(-10^{99}, 5, 5.3, 0.5) = 0{,}274$

b. $\mu_{tot} = 20 \cdot \mu_X = 20 \cdot 5{,}3 = 106$

$\sigma_{tot} = \sigma_X \cdot \sqrt{20} = 0{,}5\sqrt{20}$

$P(totaal < 100) = normalcdf(-10^{99}, 100, 106, 0.5\sqrt{20}) = 0{,}004$

c. $\mu_{\overline{X}} = 5{,}3$

$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{20}} = \frac{0{,}5}{\sqrt{20}}$

$P(\overline{X} < 5{,}2 \ \vee \ \overline{X} > 5{,}4) = 2 \cdot P(\overline{X} < 5{,}2) = 2 \cdot normalcdf(-10^{99}, 5.2, 5.3, \frac{0.5}{\sqrt{20}}) = 0{,}371$

dus 37,1%

d. $\mu_{\overline{X}} = 5{,}3$

$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}5}{\sqrt{n}}$

$P(\overline{X} < 5) = normalcdf(-10^{99}, 5, 5.3, \frac{0.5}{\sqrt{n}}) \leq 0{,}02$

neem $y_1 = normalcdf(-10^{99}, 5, 5.3, \frac{0.5}{\sqrt{X}})$

kijk in de tabel voor welke X geldt dat $y_1 \leq 0{,}02$
dat geldt voor $X \geq 12$ dus minstens 12 theezakjes in een doos