

### 13.3 De normale verdeling

#### Opgave 25:

- $Opp = normalcdf(100,10^{99},80,12) = 0,048$
- $a = invnorm(0.35,80,12) = 75,38$
- $b = invnorm(0.92,80,12) = 96,86$
- $normalcdf(-10^{99},2.1,1.8,\sigma) = 0,7$   
neem  $y_1 = normalcdf(-10^{99},2.1,1.8,X)$   
kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 = 0,7$   
dat is voor  $x = 0,57$  dus  $\sigma = 0,57$

#### Opgave 26:

- $P(x > 1000) = normalcdf(1000,10^{99},1005,6) = 0,798$  dus 79,8%
- $P(X < 1001 \vee X > 1009) = 2 \cdot normalcdf(-10^{99},1001,1005,6) = 0,505$  dus 50,5%
- $P(X < 1000) = normalcdf(-10^{99},1000,\mu,8) \leq 0,02$   
neem  $y_1 = normalcdf(-10^{99},1000,X,8)$   
kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 \leq 0,02$   
dat is voor  $x = 1016,5$  dus  $\mu = 1016,5$

#### Opgave 27:

- $P(60,0 < X < 70,0) = normalcdf(60,70,65.8,9.2) = 0,412$  dus 41,2%
- $a = invnorm(0.15,65.8,9.2) = 56,3$  dus tot de score 56,3
- $b = invnorm(0.4,65.8,9.2) = 63,5$  dus vanaf 56,3 tot 63,5

#### Opgave 28:

- omdat  $P_{20} = 28$  en  $P_{80} = 40$  geldt  $\mu = 34$   
 $P(X \leq 28) = normalcdf(-10^{99},28,34,\sigma) = 0,2$   
neem  $y_1 = normalcdf(-10^{99},28,34,X)$   
kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 = 0,2$   
dat is voor  $x = 7,13$  dus  $\sigma = 7,13$
- $P(X > 42,8) = normalcdf(42.8,10^{99},34,7.13) = 0,109$  dus 10,9%
- $a = invnorm(0.05,34,7.13) = 22,3$   
je wordt opgeroepen tot 22,3 kg
- $P_{95} = invnorm(0.95,34,7.13) = 45,7$  kg

#### Opgave 29:

- $P(X > 42) = normalcdf(42,10^{99},34,7.13) = 0,131$
- $P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - binompdf(10,0.131,0) = 0,754$
- $P(X < 32) = normalcdf(-10^{99},32,34,7.13) = 0,390$   
 $P(Y \geq 6) = 1 - P(Y \leq 5) = 1 - binomcdf(10,0.390,5) = 0,149$

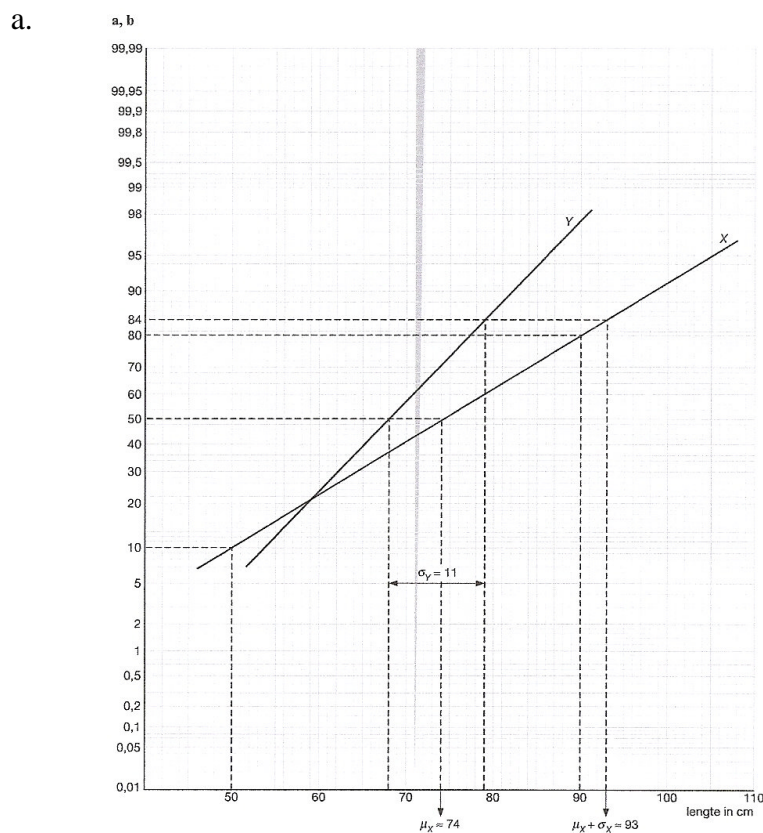
### Opgave 30:

- a.  $P(X > 180) = \text{normalcdf}(180, 10^{99}, 160, 15) = 0,0912$   
 $P(Y \geq 10) = 1 - P(Y \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(80, 0,0912, 9) = 0,192$
- b.  $P(X < 150) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 150, 160, 15) = 0,252$   
dus  $0,252 \cdot 180 = 45$
- c.  $P(X > 165) = \text{normalcdf}(165, 10^{99}, 160, 15) = 0,369$   
 $P(Y \geq 5) = 1 - P(Y \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(n, 0,369, 4) > 0,99$   
neem  $y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X, 0,369, 4)$   
kijk in de tabel voor welke  $x$  geldt dat  $y_1 > 0,99$   
dat is voor  $x \geq 28$  dus minstens 28 handelingen

### Opgave 31:

- a.  $a = 68$   $b = 95$
- b.  $\mu = 62,5$   
 $\text{normalcdf}(-10^{99}, 58, 62,5, \sigma) = 0,025$   
neem  $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 58, 62,5, X)$   
kijk in de tabel voor welke  $x$  geldt dat  $y_1 = 0,025$   
dat geldt voor  $x = 2,3$  dus  $\sigma = 2,3$

### Opgave 32:



- $\mu_X = 74$   $\sigma_X = 93 - 74 = 19$
- b. in deze uitwerking is  $\mu_Y = 68$  en  $\sigma_Y = 11$  gebruikt, dit staat verkeert in de eerste oplage van het boek.

c. het snijpunt is het punt (59,21), dus van beide toevalsvariabelen ligt 21% onder de 59.

**Opgave 33:**

a. ja, zie figuur 13.9 in het boek.

b. nee,  $\sigma_{-X} = \sigma_X$  want de standaardafwijking is altijd positief

**Opgave 34:**

$$\mu_{X+Y} = \mu_X + \mu_Y = 170 + 110 = 280$$

$$\sigma_{X+Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208}$$

$$P(X + Y > 300) = \text{normalcdf}(300, 10^{99}, 280, \sqrt{208}) = 0,083 \text{ dus } 8,3\%$$

**Opgave 35:**

$$\mu_{X+Y} = \mu_X + \mu_Y = 5 + 248 = 253$$

$$\sigma_{X+Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{0,3^2 + 12^2} = \sqrt{144,09}$$

$$P(X + Y > 250) = \text{normalcdf}(250, 10^{99}, 253, \sqrt{144,09}) = 0,599 \text{ dus } 59,9\%$$

**Opgave 36:**

$$\mu_{d_1+d_2} = \mu_{d_1} + \mu_{d_2} = 45 + 130 = 175$$

$$\sigma_{d_1+d_2} = \sqrt{\sigma_{d_1}^2 + \sigma_{d_2}^2} = \sqrt{12^2 + 10^2} = \sqrt{244}$$

$$P(d_1 + d_2 > 200) = \text{normalcdf}(200, 10^{99}, 175, \sqrt{244}) = 0,055$$

**Opgave 37:**

a. *bout > moer* dus  $X > Y$

$$X - Y > 0$$

$$\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 13,2 - 13,5 = -0,3$$

$$\sigma_{X-Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,2^2} = \sqrt{0,05}$$

$$P(X - Y > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{99}, -0,3, \sqrt{0,05}) = 0,090 \text{ dus } 9,0\%$$

b.  $\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 13,2 - \mu_Y$

$$\sigma_{X-Y} = \sqrt{0,05}$$

$$P(X - Y > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{99}, 13,2 - \mu_Y, \sqrt{0,05}) = 0,03$$

$$\text{neem } y_1 = \text{normalcdf}(0, 10^{99}, 13,2 - X, \sqrt{0,05})$$

kijk in de tabel voor welke  $x$  geldt dat  $y_1 = 0,03$

dat is voor  $x = 13,62$  dus  $\mu_Y = 13,62$

**Opgave 38:**

a. Elo-rating van van de Avoird is  $X$ , die van Thijssen  $Y$

$$X > Y \text{ dus } X - Y > 0$$

$$\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 2170 - 1920 = 250$$

$$\sigma_{X-Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{200^2 + 200^2} = \sqrt{80000}$$

$$P(X - Y > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{99}, 250, \sqrt{80000}) = 0,812 \text{ dus } 81\%$$

b. van de Avoird:  $R_{\text{nieuw}} = 2170 + 10 \cdot (0,5 - 0,81) = 2167$

Thijssen:  $R_{nieuw} = 1920 + 10 \cdot (0,5 - 0,19) = 1923$

- c. Elo-rating van de Keijzer is  $X$  en die van Mol  $Y$

$$X > Y \text{ dus } X - Y > 0$$

$$\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 2060 - 1870 = 190$$

$$\sigma_{X-Y} = \sqrt{80000}$$

$$P(X - Y > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{99}, 190, \sqrt{80000}) = 0,749$$

de Keijzer:  $R_{nieuw} = 2060 + 10 \cdot (1 - 0,749) = 2063$

Mol:  $R_{nieuw} = 1870 + 10 \cdot (0 - 0,251) = 1867$

### Opgave 39:

- a.  $X < Y$  dus  $X - Y < 0$

$$\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 1015 - 1005 = 10$$

$$\sigma_{X-Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80}$$

$$P(X - Y < 0) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 0, 10, \sqrt{80}) = 0,132 \text{ dus } 13,2\%$$

- b.  $\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 1015 - \mu_Y$

$$\sigma_{X-Y} = \sqrt{80}$$

$$P(X - Y < 0) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 0, 1015 - \mu_Y, \sqrt{80}) \leq 0,002$$

neem  $y_1 = \text{normalcdf}(-10^{99}, 0, 1015 - X, \sqrt{80})$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 \leq 0,002$

dat is voor  $x = 989,3$  dus  $\mu_Y = 989,3$

### Opgave 40:

- a.  $\mu_{X-Y} = \mu_X - \mu_Y = 0$

$$\sigma_{X-Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72}$$

$$P(X - Y < -15 \vee X - Y > 15) = 2 \cdot P(X - Y > 15) =$$

$$2 \cdot \text{normalcdf}(15, 10^{99}, 0, \sqrt{72}) = 0,077$$

- b.  $P(Z \geq 2) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(12, 0,077, 1) = 0,235$

### Opgave 41:

$$\mu_{tot} = 12 + 8 + 20 + 18 = 58$$

$$\sigma_{tot} = \sqrt{0,5^2 + 0,3^2 + 0,8^2 + 1,6^2} = \sqrt{3,54}$$

$$P(\text{totaal} > 60) = \text{normalcdf}(60, 10^{99}, 58, \sqrt{3,54}) = 0,144 \text{ dus } 14,4\%$$

### Opgave 42:

- a.  $\mu_{tot} = 18 + 7 + 15 = 40$

$$\sigma_{tot} = \sqrt{2,5^2 + 1,25^2 + 2^2} = \sqrt{11,8125}$$

$$P(\text{totaal} > 45) = \text{normalcdf}(45, 10^{99}, 40, \sqrt{11,8125}) = 0,073$$

- b.  $P(\text{totaal} > 50) = \text{normalcdf}(50, 10^{99}, 40, \sqrt{11,8125}) = 0,0018$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \text{binompdf}(35, 0,0018, 0) = 0,061$$

- c.  $P(t < a) = \text{invnorm}(0,98, 40, \sqrt{11,8125}) = 47,1 = 47 \text{ min en } 4 \text{ sec}$

dus voor 7.27 uur en 56 sec , dus uiterlijk 7.27 uur

d.  $P(t < 40) = normalcdf(-10^{99}, 40, \mu_I + 22, \sqrt{11,8125}) = 0,90$

neem  $y_1 = normalcdf(-10^{99}, 40, X + 22, \sqrt{11,8125})$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 = 0,9$

dat is voor  $X = 13,6$  dus  $\mu_I = 13,6$  min=13 min en 36 sec